$$p_{1/2\hat{e}\eth} = p_1 + u_1 a_1 r_1 - a_{kp}\, l_{1/2\hat{e}\eth}\, a_1 r_1 \, . \qquad (9)$$

Поскольку в докритическом режиме и в момент наступления критики $p_к = p_c$, из (6) для значения давления в цилиндре, соответствующего моменту критики, имеем:

$$p_{c\hat{e}\eth} = \frac{p_{1/2\hat{e}\eth}\, y(\,l_{1/2\hat{e}\eth})}{y(\,l_k = 1)\,\bar{f}} = \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k}{k-1}} \frac{p_{1/2\hat{e}\eth}\, y(\,l_{1/2\hat{e}\eth})}{\bar{f}} \, . \qquad (10)$$

Очевидно, при $p_c < p_{скр}$ необходим расчет по методике сверхкритического перепада давления, когда фиксируется $\lambda_к = 1$, а при $p_c \geq p_{скр}$ используются методика докритического расчета.

Докритический расчет.

Необходимо проведение итераций. Целесообразно задаваться значениями $\lambda_к$ в диапазоне *[0;1]*. С помощью (5) находим $\lambda_{1/2}$, затем, с помощью (2) - $u_{1/2}$.

Поскольку потери в клапанном канале отсутствуют, и $p_к = p_c$,

$$p_{1/2} = p_c \frac{p\,(\,l_{1/2})}{p\,(\,l_k)} \, . \qquad (11)$$

Найденные $p_{1/2}$ и $u_{1/2}$ подставляются в (3). Равенство должно выполняться с наперед заданной точностью. В противном случае выполнять пересчет до выполнения равенства (3).

Сверхкритический расчет.

Поскольку приведенная скорость в клапанной щели $\lambda_к$ на этом режиме будет равна единице при любом сверхкритическом перепаде давлений, для определения $\lambda_{1/2}$ и $p_{1/2}$ будут справедливы уравнения (8) и (9).

Литература:

5. Абрамович Г.Н. Прикладная газовая динамика. В 2 ч. Ч.1.- М.: Наука. Гл. ред. физ.- мат. лит., 1991.-600 с.

ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ ДЛЯ ЧИСЛЕННОГО РАСЧЕТА ВЫПУСКА ИЗ ЦИЛИНДРА

Гришин Ю.А. (МГТУ им. Н.Э. Баумана)

При расчете нестационарного истечения из цилиндра поршневого двигателя в выпускной трубопровод необходимо задание граничных условий (ГУ) на выпускном клапане, которые учитывают движение элементарных волн от клапана по трубопроводу.

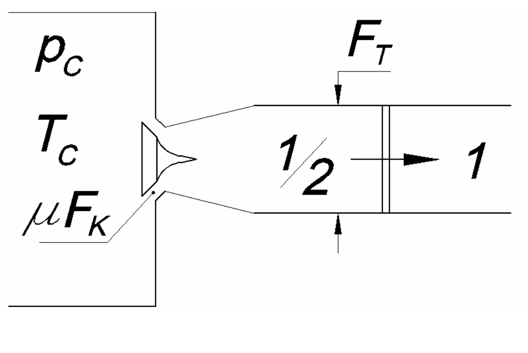

Рис.1. К расчету граничных условий на выпускном клапане

Для расчетного момента времени известными являются:

1. Из экспериментальных продувок зависимость эффективной площади проходного сечения клапана $\mu F_k = f(\alpha)$, α – угол поворота коленчатого вала, или $f(h,)$ где h - ход открытия клапана; F_T - площадь проходного сечения на выходе из клапанного канала, равная площади проходного сечения трубопровода. Можно сразу обозначить: $\bar{f} = mF_k / F_T$ (рис.1).

2. Текущие основные параметры в цилиндре: давление $p_c = p_c$* и температура $T_c = T_c$*;

3. Параметры p_1 - давление, ρ_1, - плотность и u_1 - скорость в первой ячейке расчетной сетки.

Для организации шага численного расчета необходимо определить потоковые параметры через границу у клапана: $p_{1/2}$, $\rho_{1/2}$, $u_{1/2}$.

При описании процесса необходимо принять рациональные допущения:

1. Будем считать, что сужение потока за клапанной щелью задается величиной $\mu F_к$. Параметры в этом узком сечении будем обозначать индексом m.

2. От этого проходного сечения до сечения присоединения к стенкам выпускной трубы F_T поток на докритическом режиме, включая момент наступления критического режима, движется с потерями, соответствующими потерям внезапного расширения.

3. Течение на коротком участке ГУ считается адиабатным, т.е. лишенным теплообмена с окружающей средой, тогда $T_c = T_m^* = T_{1/2}^*$, и для расчетных сечений m и ½:

$$a_{\hat{e}pm} = a_{\hat{e}p1/2} = a_{\hat{e}p} = \sqrt{\frac{2k}{k+1} RT_c} \ . \tag{1}$$

Для записи соответствующих значений скоростей используется параметр приведенной скорости λ:

$$u = a_{\hat{e}\eth}\, l \ . \tag{2}$$

Основные расчетные соотношения.

Для перехода через фронт волны:

$$p_{1/2} - p_1 = (u_{1/2} - u_1) a_1 r_1 , \tag{3}$$

или иначе:

$$p_{1/2} = a_{\hat{e}\eth}\, l_{1/2} a_1 r_1 + p_1 - u_1 a_1 r_1 \ . \tag{4}$$

Расход между сечениями m и ½: с использованием газодинамических функций [1]:

$$m \frac{mF_{\hat{e}}\, p_m^* q(l_m)}{\sqrt{T_m^*}} = m \frac{F_T\, p_{1/2}^* q(l_{1/2})}{\sqrt{T_{1/2}^*}} = m \frac{F_T\, p_{1/2} q(l_{1/2})}{p(l_{1/2})\sqrt{T_{1/2}^*}} = m \frac{F_T\, p_{1/2} y(l_{1/2})}{\sqrt{T_{1/2}^*}} ,$$

или, иначе:

$$p_c \bar{f} q(l_m) = p_{1/2} y(l_{1/2}) \ . \tag{5}$$

Уравнение импульсов для внезапного расширения от m до ½:

$$z(l_{1/2}) = z(l_m) + \left(\frac{k+1}{2}\right)^{\frac{1}{k-1}} \frac{1}{y(l_m)} \left(\frac{1}{\bar{f}} - 1\right). \tag{6}$$

Если известен скоростной коэффициент $j = \dfrac{l_{1/2}}{l_{1/2t}} = \dfrac{u_{1/2}}{u_{1/2t}}$, то:

$$u_{1/2} = j \sqrt{\frac{2k}{k-1} RT_c \left[1 - \left(\frac{p_{1/2}}{p_c}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right]} \ . \tag{7}$$

После определения $u_{½}$, $p_{½}$ для численного расчета надо знать $\rho_{½}$:

$$\rho_{1/2} = \frac{p_{1/2}}{RT_{1/2}} = \frac{p_{1/2}}{RT_c t(\lambda_{1/2})}. \qquad (8)$$

Определение момента наступления критического режима истечения $(\lambda_m = 1)$.

Из (6) будем иметь:

$$z(\lambda_{1/2кр}) = 2 + \frac{2}{k+1}\left(\frac{1}{\bar{f}} - 1\right) \qquad (9)$$

и, в соответствии со значением функции,

$$\lambda_{1/2кр} = \frac{z(\lambda_{1/2кр}) - \sqrt{[z(\lambda_{1/2кр})]^2 - 4}}{2}. \qquad (10)$$

Из (5) получится:

$$p_{1/2кр} = \frac{p_c \bar{f}}{y(\lambda_{1/2кр})}. \qquad (11)$$

Приравнивая (4) и (11), получим расчетное уравнение для определения давления в цилиндре $p_{скр}$ при соответствующих исходных данных в момент наступления критики:

$$p_{скр} = \frac{1}{\bar{f}} y(\lambda_{1/2кр})(a_{кр} \lambda_{1/2} a_1 \rho_1 + p_1 - u_1 a_1 \rho_1). \qquad (12)$$

Очевидно, при $p_c > p_{скр}$ необходим расчет по специальной методике сверхкритического перепада давления, когда фиксируется $\lambda_m = 1$, при $p_c \le p_{скр}$ используются методики докритического расчета.

Для момента наступления критики необходимо определить еще скоростной коэффициент $\varphi_{кр}$. В предположении идеального течения с тем же перепадом давления $\frac{p_{1/2}}{p_c}$ имеем

$$p(\lambda_{1/2t}) = \frac{p_{1/2}}{p_c}, \text{ откуда} \qquad (13)$$

$$\lambda_{1/2t} = \sqrt{\frac{k+1}{k-1}\left[1 - \left(\frac{p_{1/2}}{p_c}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right]}. \text{ Тогда} \qquad (14)$$

$$\varphi_{кр} = \frac{\lambda_{1/2}}{\lambda_{1/2t}}. \qquad (15)$$

Сверхкритический расчет.

Из (5) имеем:

$$p_{1/2} = \frac{p_c \bar{f}}{y(\lambda_{1/2})}. \qquad (16)$$

Расписав значение $y(\lambda)$ и, используя (4), получим расчетное уравнение

$$\frac{p_c \bar{f}\left(1 - \frac{k-1}{k+1}\lambda_{1/2}^2\right)}{\left(\frac{k+1}{2}\right)^{\frac{1}{k-1}} \lambda_{1/2}} = a_{кр} \lambda_{1/2} a_1 \rho_1 + p_1 - u_1 a_1 \rho_1. \qquad (17)$$

Обозначим

$$\left(\frac{k+1}{2}\right)^{\frac{1}{k-1}} a_{\hat{e}\eth} a_1 r_1 = A; \qquad \left(\frac{k+1}{2}\right)^{\frac{1}{k-1}} (p_1 - u_1 a_1 r_1) = B; \qquad \bar{f}\,\frac{k-1}{k+1} = C;$$

$\dfrac{B}{A+p_c C} = P$; $\dfrac{p_c \bar{f}}{A+p_c C} = Q$, тогда получим формулу для определения $\lambda_{1/2}$:

$$l_{1/2} = -\frac{P}{2} + \sqrt{\left(\frac{P}{2}\right)^2 + Q}\,. \tag{18}$$

Теперь с помощью (16) можно определить $p_{1/2}$.

Упрощенный докритический расчет.

Зафиксируем для всего докритического диапазона значение $\varphi_{кр}$.

Выразим из (3) значение $u_{1/2}$ и используем (7), тогда получим расчетное уравнение

$$\frac{p_{1/2} - p_1}{a_1 r_1} + u_1 = j_{\hat{e}\eth} \sqrt{\frac{2k}{k-1} RT_c \left[1 - \left(\frac{p_{1/2}}{p_c}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right]}\,. \tag{19}$$

Решая его методом последовательных приближений, определим $p_{1/2}$, затем, с помощью (3) - $u_{1/2}$, второй искомый параметр.

Точный докритический расчет.

Методом итераций решается система уравнений (4,5,6). При этом целесообразно задаваться значениями λ_m в диапазоне $[0;1]$.

В результате преобразования (6) получим:

$$z(l_{1/2}) = \frac{1}{l_m \bar{f}} + \frac{l_m}{k+1}\left(2k - \frac{k-1}{\bar{f}}\right). \tag{20}$$

откуда

$$l_{1/2} = \frac{z(l_{1/2}) - \sqrt{[z(l_{1/2})]^2 - 4}}{2}\,. \tag{21}$$

Из (5) в результате подстановки записей ГДФ имеем:

$$p_{1/2} = p_c \bar{f}\, \frac{l_m}{l_{1/2}} \left(1 - \frac{k-1}{k+1} l_m^2\right)^{\frac{1}{k-1}} \left(1 - \frac{k-1}{k+1} l_{1/2}^2\right). \tag{22}$$

Задаваясь значениями λ_m получим последовательно $z(\lambda_{1/2})$, $\lambda_{1/2}$ и $p_{1/2}$. Полученные $\lambda_{1/2}$ и $p_{1/2}$ должны удовлетворять уравнению (4). При невыполнении условия необходимо задаваться новыми значениями λ_m в диапазоне $[0;1]$.

С помощью уравнений (13), (14) и (15) после определения параметров $\lambda_{1/2}$ и $p_{1/2}$ можно найти точные значения φ. Расчетные исследования показали, что во всем докритическом диапазоне точные φ отличаются от фиксированных для момента критики $\varphi_{кр}$ не более, чем на 3%. И наибольшие различия имеют место при малых расходах, т.е. при небольших открытиях клапана, что не приведет к заметным ошибкам в расчетах.

Таким образом, для расчета докритического истечения целесообразно использовать упрощенную методику, пользуясь фиксированными $\varphi_{кр}$.

Литература:

1. Абрамович Г.Н. Прикладная газовая динамика. В 2 ч. Ч.1.- М.: Наука. Гл. ред. физ.- мат. лит., 1991.-600 с.